**球检测复杂度**

由于球检测算法具有启发式搜索的特点，其复杂度并不固定，因而研究中经常将其复杂度期望作为衡量其复杂度的指标。

下面研究一下球检测算法复杂度的期望值[1]。

既然整数最小二乘问题是NP问题，因此球形解码算法最差的复杂度是指数级的。然而，如果我们假设矩阵H和矢量x都是由某些己知分布产生的随机变量，那么就可以很容易的推断出球形解码算法复杂度本身也是一个随机变量。在这种情况下，研究球形解码算法的期望复杂度甚至一些高阶统计量都是有意义的。我们简单给出球检测算法的复杂度期望值的计算公式的推导：

首先，给定和，接收矢量可以是中的任意矢量。下面我们将给出这种情况下球形解码算法的一个粗略估计。对于任意的点和矩阵，不难知道在半径为,维数为的球内的格点数的期望值正比于其容量。

（1）

因此，点的总数的期望值可以用来表征期望复杂度

（2）

当天线个数很大时，，（2）式进一步可以表示如下

（3）

其中，从该式也可以看出高维天线系统中球检测的复杂度随着天线个数的增加而指数增加。从（2）式可以看出，球检测算法的复杂度与初始半径的选取也密切相关。

[1] Hassibi B, Vikalo H. On the sphere decoding algorithm I: Expected complexity[J]. IEEE Trans Signal Process, 2005, 53(8): 2806-2818.